

Continuidad y discontinuidad en la filosofía de la naturaleza de la antigüedad clásica

Olga L. Varela Machado

Universidad de Valencia

Reception date / Fecha de recepción: 03-04-2009
Acceptation date / Fecha de aceptación: 06-05-2009

Resumen

La actualidad de la discusión entre la estructura continua o discontinua de la naturaleza nos invita a buscar en el pasado los orígenes del debate, como parte de un supuesto básico a partir del cual pueda abrirse una discusión más sincera y profunda sobre este problema tan antiguo en la ciencia de la naturaleza como interesante. Partiendo de la Escuela Pitagórica, pasando por Parménides y tomando como protagonistas centrales a Zenón y Aristóteles, se revela la existencia de esta ruptura básica entre lo real y lo aparente, la cual sigue estando vigente en la ciencia actual.

Palabras clave: Paradojas de Zenón, continuidad y discontinuidad, Escuela Pitagórica, Parménides, Aristóteles.

Abstract. *Continuity and Discontinuity in the Nature of the Philosophy of Classical Antiquity.*

One of the current debates in nature philosophy focuses on the continuous or discontinuous structure of the world. This invites us to look – as part of a basic assumption – at the origin of an old and interesting debate which will open a sincere and profound discussion. It departs from the Pythagorean School passing by Parmenides including Zeno and Aristotle as the main thinkers, revealing the “rupture” between the real and the apparent. Conclusion: the debate in science continues to be in force.

Keywords: Zeno’s Paradoxes, continuous and discontinuous, Pythagorean School, Parmenides, Aristotle.

La discusión sobre la continuidad y la discontinuidad es parte de la ciencia actual, tanto desde el punto de vista matemático como desde el punto de vista físico. El debate, cada vez que creemos haberlo solucionado, reaparece nuevamente dejando abiertas muchas incógnitas acerca de la estructura del mundo. Pero estas cuestiones ya habían sido planteadas desde la antigüedad, con los primeros intentos de investigación y matematización de la naturaleza.

Los pitagóricos fueron los primeros en encontrarse frente a serias contradicciones, que si bien ellos no relacionaron directamente con una estructura continua o discontinua de la naturaleza, sí propiciaron el que pensadores contemporáneos y posteriores, vieran el problema, cada vez con más claridad.

Aristóteles, es quien va a desarrollar por primera vez el debate con claridad, y es gracias a él que podemos descubrir muchos de los detalles de las doctrinas de sus antecesores relacionadas con este tema. La más importante de las referencias, es la que hace a las paradojas de Zenón, quién plantea algunos argumentos tanto en contra de la continuidad como de la discontinuidad; con éstos, abre Zenón el camino a una discusión mucho más especializada que continúa aún en nuestros días.

Es difícil realizar una cronología exacta de los cambios que se produjeron al interior de la escuela pitagórica, a pesar de la existencia de algunos fragmentos. El carácter secreto de la escuela, dificulta la reconstrucción de las distintas formas que fue adoptando la doctrina pitagórica con el paso del tiempo. Existen varias versiones, acerca de la teoría de la formación de los números y de cómo de éstos se formó a su vez el mundo. Entre ellas es interesante resaltar algunos de los principios básicos considerados como opuestos complementarios. Los más comunes a las diferentes versiones son: lo limitado y lo ilimitado, lo uno y lo múltiple, lo par y lo impar, entre otros. Sin embargo en ninguna de las diferentes formas que adopta la doctrina parece figurar explícitamente el par: continuo y discontinuo, lo que indica que estas características no tuvieron una importancia central para los pitagóricos, o indica que estas nociones fueron surgiendo con posterioridad a medida que maduraba la doctrina, por lo que no hacían parte de la doctrina inicial. Es importante resaltar, que la aparición de este nuevo concepto puede deberse a ciertas confusiones latentes dentro de la doctrina pitagórica, entre ellas tal vez la más importante sea la aparición de los inconmensurables.

En los pitagóricos más primitivos puede identificarse la mónada con el principio o fundamento del mundo, pues ellos consideraban la unidad como el mínimo entero, como la magnitud mínima, y le otorgaban a la vez las cualidades de par-impar y las de limitado-ilimitado. La unidad era considerada a la vez punto geométrico, partícula física y unidad aritmética. En su teoría acerca del origen del mundo, la unidad surge de la imposición del límite al caos indefinido que es lo ilimitado y que reinaba en un principio; con la imposición de este límite, es decir, al introducir el orden dentro del desorden inicial o al limitar lo ilimitado, surge la unidad y con ella es posible construir los demás números enteros de los que está formado el mundo. Así pues la unidad es a la vez el mínimo entero, pero también la mínima magnitud geométrica, es decir el punto, que es la base de todas las formas geométricas. Así, cuando adicionamos otra unidad o punto al primer entero, se forma la mínima línea recta y por supuesto el número entero dos; esta línea mínima constituye la base de la formación de las figuras planas que se forman a continuación añadiendo un punto más a esta mínima línea. La mínima figura plana corresponde al número entero tres y es el sustrato de las figuras sólidas, las cuales se forman agregando una

unidad más, formando así el número entero cuatro. De este modo las figuras sólidas son la esencia de los cuerpos de los que está hecho el mundo y la esencia de éstas es a su vez el número. Ahora bien, dado que las cualidades de la unidad son, en esta doctrina, contrarias y complementarias (par-impar, limitada-ilimitada), como resultado de su cosmogonía; no puede afirmarse estrictamente que ésta tenga la característica de ser continua o discontinua, si bien la condición de la unidad como mínimos de magnitud, sugiere una discontinuidad de la naturaleza, la característica particular limitada-ilimitada demuestra en parte lo innecesaria que sería en este sentido una indagación sobre si es continua o discontinua ya que goza de características opuestas a la vez. En todo caso, como se trata de un problema del cual ellos no se ocuparon, cualquier interpretación sobre una de estas dos características podría resultar anacrónica, pues los problemas que surgieron dentro de esta primera doctrina, demuestran que en realidad no se había elaborado aún una distinción sustancial entre el ser continuo o discontinuo y sólo se vislumbran nociones a través de los principios opuestos de la generación del mundo.

Por otro lado, una teoría posterior, sostiene que la unidad no tiene magnitud, y que la mínima línea no se forma poniendo un punto al lado del otro, sino desplazando un único punto en línea recta; en este desplazamiento la continuidad constituye su principal característica, luego sucesivamente, el plano será el desplazamiento de la recta y los sólidos serán el desplazamiento de los planos; y en cada uno la continuidad es la “materia” de cada figura, que constituye de forma escalonada el mundo. Esto soluciona de forma realmente brillante el problema de la inconmensurabilidad, pues da razón clara de la existencia de un continuo matemático subyacente a los intervalos numéricos. Ya no se trata de puntos, sino de intervalos de continuo. Así se explica fácilmente el hecho de que la diagonal del cuadrado de lado uno, sea un número no representable bajo ninguna razón de enteros. Esta teoría que sugiere una clara idea de continuidad, en contraste con la sensación de discontinuidad que nos impone la teoría más primitiva de adición de puntos, es el comienzo del debate que nos interesa; en este punto, los pitagóricos comienzan a tener conciencia de un problema de fondo en la estructuración del mundo como un compuesto de enteros indivisibles. Por esto es importante resaltar el hecho de que dentro de la escuela hayan surgido modificaciones al cuerpo central de la primera doctrina, pues esto evidencia que los pitagóricos se vieron enfrentados a serias incoherencias dentro de la doctrina inicial, y el descubrimiento de los inconmensurables, que debió darse con la demostración de la irracionalidad de $\sqrt{2}$, debió ser una de las principales fallas internas. En todo caso, no es posible saber exactamente en qué momento se realizó tal descubrimiento, pues es de suponer que ya desde los inicios conocían que existía un problema con la magnitud de la diagonal del triángulo rectángulo, pero no sabemos cuándo se hicieron conscientes de la profundidad del problema. Sin embargo, los irracionales no eran la única razón probable para la maduración de la teoría, pues existen, en la época, numerosos críticos de las confusiones que despierta la antigua doctrina pitagórica y es posible que parte de las críticas sean las paradojas de Zenón, pues

estas sugieren incoherencias con las unidades sin magnitud y la generación de las magnitudes reales; y critican además, directamente la idea sobre la divisibilidad infinita del espacio y el tiempo, en contraste con las unidades mínimas. Sin embargo, estas son especulaciones, que sólo nos permiten internarnos un poco más en la comprensión y evolución del problema que nos interesa.

Estos problemas de los pitagóricos, muy posiblemente conocidos por Parménides y Zenón, además de otros pensadores de la época, se ven revelados de una forma especial en la teoría parmenídea del ser, en ésta encontramos algunos atributos fundamentales que dan a aquello que “*Es*” características contrarias a las que observamos en el mundo cotidiano, de ahí que sea la cuna de los problemas entre *lo real* y *lo aparente*. Dice Parménides que el “*Ser*” es eterno, uno, inmóvil e indivisible. Y precisamente en calidad de indivisible es, por tanto, continuo. Esta continuidad, concebida de una forma totalmente distinta a la noción aristotélica de infinita divisibilidad, sostiene que puesto que *lo que Es* está todo lleno, es decir, es pleno, no cabe en él ningún tipo de división. Esta cualidad de plenitud, implica continuidad porque requiere que haya un contacto homogéneo dentro de *lo que Es*. No puede dividirse porque no es más débil ni más fuerte en una u otra dirección, y está todo lleno por igual.

Así pues, el *Ser* de Parménides, presenta características especiales, además de la continuidad, que no habían sido tenidas en cuenta antes por ningún otro pensador anterior. El común denominador, en los primeros pensadores, es uno o varios principios activos que por medio de cambios estructurales o mezclas, dan paso a otras sustancias que permiten la creación del mundo. Sin embargo el *Ser* de Parménides, no cuenta con las propiedades ni de cambio, ni de generación, ni mucho menos con las de multiplicidad. Pero no puede decirse que estas características particulares hayan salido de la pura imaginación de Parménides, o como él mismo diría, de la pura revelación divina. Podemos rastrear las características de *lo que es*, porque coinciden en gran medida con las propiedades pitagóricas de la mónada y se relacionan con la teoría dualista de los opuestos complementarios de la misma escuela.

Siendo así entonces, vemos como a partir de la doctrina de los pitagóricos con las confusiones y problemas internos acerca de la naturaleza del mundo y su relación con los números, surge por influencia directa la doctrina del *Ser* de Parménides, quien formula una posible corrección radical de los problemas pitagóricos, sobre todo a la hora de relacionar la teoría con el mundo, a su vez, como defensa de la doctrina parmenídea surgen las paradojas de Zenón que son las que finalmente ponen claramente en evidencia la existencia de un problema sobre la estructura del mundo que acarrea terribles contradicciones. Los argumentos de Zenón respecto a la imposibilidad del movimiento y donde expone las supuestas consecuencias de la existencia de unidades mínimas indivisibles o las consecuencias de la posibilidad de dividir infinitamente el tiempo y el espacio, son cuatro. Pero en general, puede decirse que los dos primeros parten del supuesto de la divisibilidad al infinito del espacio, el tiempo y la magnitud; y las otras dos parten de la idea de que existen unidades

mínimas indivisibles de éstos. Un ejemplo de cada caso será suficiente para ilustrar el planteamiento general de Zenón, aunque en la actualidad existen numerosos ensayos y artículos sobre cada una de las paradojas y las diferentes interpretaciones que a lo largo de la historia célebres pensadores han hecho sobre ellas.

La paradoja para ejemplificar las consecuencias de dividir infinitamente el espacio, el tiempo y la magnitud es la comúnmente llamada “Aquiles y la tortuga”, ésta plantea la imposibilidad que tendría un corredor muy hábil en alcanzar a otro, aunque fuera tremendamente lento, si el espacio, el tiempo y la magnitud pudieran dividirse infinitamente. Dice Zenón que si Aquiles se propusiera alcanzar una tortuga en un estadio, habiéndole dado una ventaja previa de medio estadio antes de comenzar él mismo a correr, no lograría nunca darle alcance, porque cada vez que llegara a la posición que ocupara la tortuga anteriormente, ésta ya habría avanzado aunque fuera una distancia infinitesimal y divisible siempre cada vez más. La paradoja critica directamente la creencia de la divisibilidad infinita, lo que en términos Aristotélicos significaría una crítica a la continuidad. Sin embargo como la noción parmenídea de continuidad es opuesta a la aristotélica (en cuestiones de divisibilidad), entonces tal vez debamos decir en el lugar de Zenón, que no se trata de una crítica a la continuidad, sino a la posibilidad de separar el espacio en una cantidad infinita de partes, es decir, a la multiplicidad o al hecho de que el continuo esté compuesto de una pluralidad de partes. Esto es mucho más coherente con el pensamiento Eleata, pues el centro de la defensa que pretende hacer Zenón de su maestro, es precisamente ese: defender la unidad del ser, demostrando a quienes creen en la multiplicidad, que de esta salen consecuencias mucho más absurdas que de la creencia en la unidad.

Así expuesta, la paradoja de Aquiles y la tortuga nos deja un poco perplejos, por lo absurdo de sus conclusiones. Todos sabemos y estamos convencidos de la posibilidad de sobrepasar a un móvil más lento en una carrera, y la experiencia está llena de demostraciones de ello. ¿Cómo puede entonces afirmar, un pensador coherente, que un corredor más rápido nunca alcanzaría a uno más lento? Es más, en la otra paradoja en la que ataca la infinita divisibilidad, conocida como “la dicotomía” el movimiento ni siquiera es posible; en ella el móvil no puede comenzar su recorrido, porque para llegar a la mitad del trayecto planteado, tendrá que haber recorrido primero la mitad de esta mitad y así sucesivamente de tal modo que no puede comenzar nunca, pues tiene que recorrer infinitas mitades infinitesimalmente más pequeñas cada vez. Otra vez la perplejidad total frente a semejante conclusión. La razón por la que hace semejantes afirmaciones, es demostrar las incoherencias subyacentes al pensamiento sobre la estructura del mundo, latentes en su época; lo que quiere señalar, en últimas, es que sus contemporáneos han fracasado en los intentos por explicar el cosmos. Sin embargo no parece fácil contradecir con argumentos estos planteamientos, pues lo único que sale en nuestro auxilio es la evidencia de la experiencia. Las refutaciones que hace Aristóteles a los argumentos de Zenón contra el movimiento son contundentes, y sin

embargo, a lo largo de la historia del pensamiento, grandes estudiosos han vuelto sobre el tema una y otra vez, sacando a la luz nuevas teorías y nuevos modos de interpretación.

Aristóteles, asegura que el error de Zenón consiste en proponernos una división infinita de la magnitud, más no del tiempo. Puesto que supone que no es posible recorrer una magnitud finita en extensión, en un tiempo infinito, aunque sean ambos divisibles infinitamente. En el libro VI de *La Física*, Aristóteles define muy cuidadosamente estos conceptos, con los que precisamente logra salvarse del juego que Zenón propone. Por esto señala, que no es lo mismo decir que algo es infinito en cantidad, que decir que es divisible infinitamente. La distancia que separa a Aquiles de la tortuga es finita, sólo que puede dividirse siempre por más pequeña que sea, pero Aristóteles también enfatiza, que si la magnitud finita puede dividirse infinitamente, lo mismo podrá hacerse con el tiempo, y dado que el tiempo necesario para recorrer dicha distancia es proporcional al tamaño de ésta, si tomamos estas distancias de tamaño infinitesimal, entonces Aquiles tardará un tiempo infinitesimal en recorrer cada una, por lo que no le tomaría, el recorrer infinitas distancias infinitesimales, un tiempo infinito.

Es bastante fácil calcular el tiempo que tarda Aquiles en alcanzar a la tortuga, y existen varios métodos para ello, por ejemplo realizando una sumatoria de la serie de distancias sucesivas que debe recorrer el atleta para dar alcance al perseguido. Esta serie de distancias, que corresponde con una serie geométrica convergente, puede sumarse contradiciendo desde este punto de vista el planteamiento de Zenón. Sin embargo la solución matemática tiene una flaqueza en cuanto a la tarea de seguir dividiendo infinitamente la magnitud, pues aunque la suma pueda ser realizada y arroje un valor aplicable con certeza a los hechos, no puede afirmarse sin embargo, después de haber sumado según los métodos establecidos, que la totalidad de los infinitos números que componen la serie hayan sido adicionados, solo puede afirmarse que aunque se adicionen infinitos números más a dicha suma, el valor total de ésta, no se alejará de ningún modo considerable del resultado ya obtenido. Max Black en su ensayo *Achilles and the Tortoise*, critica este tipo de soluciones a la paradoja, pues asegura que éstas no libran a Aquiles, de recorrer infinitas distancias antes de dar alcance a la tortuga, pues así como las distancias sucesivas son infinitas por división así también los intervalos de tiempo cada vez más cortos, son infinitos también. Por lo tanto Aquiles en un tiempo finito y en una distancia finita, está condenado a recorrer infinitos fragmentos de distancia, antes de dar por terminada la carrera. Este punto de vista, considera no solucionado el desafío de Aquiles, puesto que sostiene la imposibilidad de dar por terminada una tarea infinita. Si por ejemplo suponemos que Aquiles tiene que hacer una pausa cada vez que alcanza una de las infinitas mitades que lo separan de la tortuga, entendemos que está condenado a realizar una tarea infinita de la que no puede librarse aunque la distancia real sea finita.

La otra paradoja que se basa en el supuesto de existencia de mínimas unidades indivisibles, es la de la flecha que está en vuelo. Ésta, por su parte supone que si todo lo

que está contenido en un lugar que es igual a sí mismo está en reposo y que si una flecha en su vuelo, está en cada momento en un lugar igual a sí misma, entonces necesariamente, la flecha está inmóvil.

Lo que Aristóteles dice al respecto, en el libro VI de *La Física* es, muy brevemente, que la falacia del argumento está en el supuesto básico de las unidades indivisibles de tiempo. Y afirma que, dado que dichas unidades indivisibles no existen, entonces la flecha no puede estar en reposo. Dicho tan rápidamente, parece una salida fácil, pero debemos tener en cuenta que ya en un capítulo anterior había tratado de manera puntual las aclaraciones correspondientes a las unidades indivisibles de tiempo, de las cuales descarta su existencia, puntualizando que los *ahoras*, son sólo límites entre intervalos y por lo tanto en ellos no puede haber movimiento. Un *ahora* no es un período, sino sólo la frontera instantánea entre un período y otro. Por lo tanto un *ahora* no puede ser una parte indivisible de tiempo, sino sólo un límite.

Lo que más llama la atención de esta paradoja es la imagen de la flecha detenida en pleno vuelo ocupando un espacio en el que cabe exactamente, pues realmente podemos imaginar que sí está detenida en un momento separado. Sin embargo, vista la aclaración de Aristóteles, es necesario hacer una diferenciación clara del sentido que tienen estos átomos temporales dentro de la paradoja, pues estas mínimas unidades de tiempo podrían ser interpretadas de dos formas: la primera, suponiendo que son intervalos de tiempo tan pequeños como uno quiera; y la segunda, suponiendo que se trata sólo del límite entre dos intervalos, es decir, que se trata de un punto sin tiempo, en el cual un período termina y otro comienza. El análisis que hace Black (*The Paradox of the Flying Arrow*) a este respecto, es más o menos como sigue: si interpretamos la paradoja en el primer sentido, diremos que la premisa que asegura que la flecha está en un mismo lugar durante este intervalo, no es cierta, pues por pequeño que sea el período y por lento que sea el movimiento, puede darse un mínimo cambio de lugar. Si dicho cambio de lugar no se diera en un período de tiempo, aunque sea infinitesimal, la flecha, no podría ni siquiera salir del arco.

Pero además si la interpretamos en el otro sentido, diremos que dado que se trata de un instante intemporal, no tiene sentido preguntarse lo que sucede *durante* dicho instante. Así, si la flecha se desplaza durante un intervalo AB y el punto inextenso de tiempo del que hablamos divide en dos dicho intervalo, entonces sólo tendrá sentido preguntarse por lo que pasa con la flecha durante AB, no durante el instante que los divide. Y como sabemos que la flecha, si ha sido lanzada, está en movimiento durante cualquiera de los períodos en los que dividamos su vuelo, entonces, por más que en un punto, podamos tomarla como en reposo, este reposo no tendrá absolutamente ninguna duración temporal. Esto indica que su conclusión es, posiblemente un absurdo, aunque esto resulte desconcertante.

Aunque Zenón haya sido el primero en hacer notar la problemática de la continuidad y la discontinuidad como explicaciones a la estructura de la naturaleza, es sin embargo Aristóteles, quien, como en muchas otras cosas, hace una formulación más precisa y

metódica del problema. En el libro V de *La Física*, define con precisión las nociones de *junto*, *separado*, *en contacto*, *entre*, *en sucesión*, *contiguo*, y *continuo*. Estas nociones serán la base del análisis que, en el libro VI, realice sobre lo continuo y lo discontinuo y las polémicas que desarrolla en el mismo libro contra las paradojas de Zenón.

Lo más importante es en todo caso, llegados a este punto, descubrir que puede haber grandes inconsistencias entre el mundo que percibimos y las abstracciones que hacemos sobre él. Tanto Aristóteles, como las matemáticas actuales y nuestro propio sentido común, nos señalan que estas paradojas deben reposar sobre un error, pero nada de lo anterior puede evitar que nos sorprendamos y que volvamos una y otra vez sobre ellas, pues desvelan una fractura entre lo que se puede teorizar acerca del mundo y lo que es el mundo; las paradojas de Zenón al igual que la doctrina de su maestro Parménides, nos revelan la doble cara de lo real y lo aparente y resaltan de forma significativa el delicado papel que juega la ciencia en sus teorizaciones sobre la estructura de la naturaleza. Esta discusión que es parte de la disputa entre el mundo que percibimos y el que abstraemos, sigue dándole a la ciencia problemas de base que no puede ignorar en su rápida carrera evolutiva. Y por eso no debemos dejar de mirar a estos dos autores que han dejado planteado un problema tan actual como irresoluble.

Bibliografía

- Aristóteles. *Física*. Introducción, traducción y notas de Echandía Guillermo R. de. Biblioteca clásica de Gredos 203. Primera edición, segunda reimpresión. Madrid, 1995.
- Black, Max. *Problem of analysis: Philosophical Essays. Part 2: Zeno's Paradoxes (95-154)*. Greenwood Press, Westport, USA, 1971. Originally published by Cornell University Press, Ithaca, New York, USA, 1954.
- Los filósofos presocráticos. Selección de testimonios y fragmentos*. Selección, traducción y notas de García Roca, José. Edición fotocopiada. Valencia, 1997.
- Los filósofos presocráticos II*. Introducciones, traducciones y notas de Cordero, Nestor Luis; Oliveri, Francisco José; Corse, Ernesto la y Eggers Lan, Conrado. Biblioteca Clásica de Gredos 24. Madrid, 1979.
- Los filósofos presocráticos III*. Introducciones, traducciones y notas de Poratti, Armando; Eggers Lan, Conrado; Santa Cruz, Maria Isabel y Cordero, Nestor Luis. Biblioteca Clásica de Gredos 25. Madrid, 1980.
- Düring, Ingemar. *Aristoteles. Darstellung und Interpretation seines Denkes*. Carl Winter, Universitätsverlag, Heidelberg, 1966. Traducción y edición de Navarro, Bernabé. *Aristóteles. Exposición e interpretación de su pensamiento*. Universidad Nacional Autónoma de México, 1990.
- Guthrie, W. K. C. *A History of Greek Philosophy. Volume I. The Earlier Presocratics and the Pythagoreans*. Cambridge University Press, 1962. Versión española de Medina González, Alberto. *Historia de la filosofía griega. Volumen I. Los primeros presocráticos y los pitagóricos*. Gredos, Madrid, 1988.
- *A History of Greek Philosophy. Volume II. The Presocratic Tradition from Parmenides to Democritus*. Cambridge University Press, 1965. Versión española de Medina González, Alberto. *Historia de la filosofía griega Volumen II. La tradición presocrática desde Parménides hasta Demócrito*. Gredos, Madrid, 1988.
- Lear, Jonathan. *Aristotle. The Desire to understand*. Cambridge University Press, 1988. Versión española de Castrillo Criado, Pilar. *Aristóteles. El deseo de comprender*. Alianza Universidad, Madrid, 1994.
- Platón. *Parménides*. En *Dialogos Volumen V*. Traducción, introducciones y notas de Santa Cruz, Maria Isabel; Vallejo Campos, Alvaro y Cordero, Nestor Luis. Biblioteca Clásica de Gredos, Madrid, 1988.
- Ross, Sir. David. *Aristotle. With a new introduction by John L. Ackrill. Chapter III: Philosophy of Nature*. First Published 1923. Sixth edition. Routledge, New York, 1996.